УДК 539.3:539.4

ВОЗМОЖНОСТИ МНОГОУРОВНЕВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕД

Лепихин А.М.
Институт вычислительных технологий СО РАН, Красноярский филиал, г. Красноярск

Создание перспективных технических систем связано с решением трех принципиальных задач: созданием новых конструкционных материалов; разработкой новых методов расчета, реализующих возможности новых материалов; разработкой новых технологий изготовления. Современные конструкционные материалы обладают рядом существенных преимуществ, определивших перспективы их применения в конструкциях различного назначения. В то же время они являются объектом широких теоретических и экспериментальных исследований особенностей механики деформирования и разрушения с учетом роли структурно-механической неоднородности. Основной проблемой для этих материалов является невозможность точного определения механически свойств, поскольку они определяются структурно-механическим составом, формирующимся в процессе технологических переделов или изготовления конструкций. Сложности оценки механических свойств композитных материалов обусловлены следующими факторами:

– наличием структурно-механической неоднородности, анизотропии и различных пространственных масштабов структуры;

– наличием множества связанных физических процессов (ползучесть, старение, деградация свойств, усталость и пр.) и множества их хронологических масштабов;

– сложностью и многомасштабностью напряженно-деформированного состояния;

– сложностью экспериментального исследования процессов деформирования и разрушения на разных масштабных уровнях структуры.

Как показывают многочисленные исследования, эффективные механические свойства композитных материалов зависят от размера, формы, состава, пространственной ориентации и физических свойств компонент структуры. Для прогнозирования этих свойств были разработаны различные теории и методы. Наиболее известными являются правило смесей, теория эффективной среды, обобщенная самосогласованная теория, вариационные ограничительные методы, асимптотическая теория гомогенизации [1-3]. Однако эти теории и методы имеют ряд существенных ограничений в части учета роли физических нелинейностей и неоднородности структуры. В связи с чем исследования в этом направлении интенсивно развиваются в настоящее время с широким применением методов вычислительного моделирования.

Вторая часть проблемы композитных материалов связана с трудностями моделирования и расчетно-экспериментальной оценки процессов деформирования и разрушения. Предложенные в работах [4, 5] критерии прочности охватывают узкий круг материалов и условий их нагружения. В большинстве случаев композитные материалы используются в конструкциях с высокими уровнями комбинированных неоднородных нагрузок. Из-за различий физических свойств компонент структуры эти материалы в указанных условиях проявляют сложное, трудно прогнозируемое поведение. Поэтому задача моделирования поведения гетерогенных материалов при экстремальных комбинированных воздействиях является остро актуальной. Особый интерес представляет разработка пространственно-временной многомасштабно-многофизической концепции моделирования. Эта концепция должна охватывать три существенных атрибута: пространственный масштаб, хронологический масштаб и масштаб физических полей (рис.). В первом приближении можно рассматривать микро и макро хронологические масштабы; простые и сложные физические поля; микро, мезо и макромасштабные уровни структуры. На микроуровне рассматриваются отдельные структурные составляющие. На мезоуровне материал описывается как неоднородный континиум с осредненными свойствами. На макроуровне материал рассматривается как однородный.

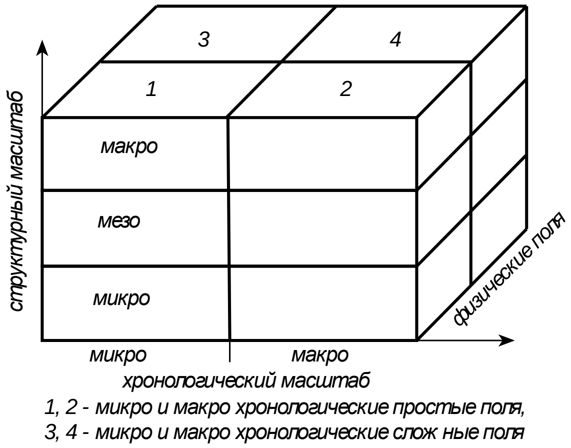

Рис. Схема многоуровневого моделирования

Связь между микро, мезо и макро уровнями может быть задана с использованием представительного объемного элемента (*RVE*), концепция которого впервые была обоснована С.Д. Волковым. Выбор *RVE* и определение его свойств представляет собой нетривиальную задачу. Особенности *RVE* определяются на микроструктурном уровне компонентами микронапряжений и микродеформаций. Мезоскопические напряжения определяются осреднением по объему *RVE* с использованием методов гомогенизации. В случае использования схемы локальной гомогенизации мезоскопические напряжения определяются как

$$\sigma_{ij}^{\mathcal{M}} = \frac{1}{RVE} \int\limits_{RVE} C_{ijkl}^{m} \varepsilon_{kl}^{m} dV. \quad (1)$$

Здесь и далее индекс m относится к микромасштабу, индекс $\mathcal{M}$ – к мезомасштабу и индекс M – к макромасштабу. Как видно из (1), в методе локальной гомогенизации не учитывается порядок масштаба длины *RVE*. При учете неоднородности свойств *RVE* целесообразно использовать схему нелокальной гомогенизации, по которой

$$\sigma_{ij}^{\mathcal{M}} = \frac{1}{RVE} \int\limits_{RVE} \left(C_{ijkl}^{m} \varepsilon_{kl}^{m} + C_{ijkl,0}^{m} \varepsilon_{kl}^{m} x_0 + C_{ijkl}^{m} \varepsilon_{kl,p}^{m} x_p + C_{ijkl,0}^{m} \varepsilon_{kl,p}^{m} x_0 x_p \right) dV. \quad (2)$$

Первый член уравнения содержит величины, определяемые для центра *RVE*. Поскольку они постоянны, то этот член можно вынести за знак интегрирования. Второй и третий члены уравнения при интегрировании обращаются в нуль. Четвертый интеграл можно оценить, введя меру L длины *RVE*

$$\int\limits_{RVE} x_0 x_p dV = \iint\limits_{-\frac{1}{2}L}^{\frac{1}{2}L} x_0 x_p dx dy = \frac{1}{12} L^4 \delta_{0p}. \quad (3)$$

С учетом этого из уравнения (2) получаем

$$\sigma_{ij}^{\mathcal{M}} = C_{ijkl}^{\mathcal{M}}\left(\varepsilon_{kl}^{\mathcal{M}} - \frac{1}{12}L^2\nabla^2\varepsilon_{kl}^{\mathcal{M}}\right). \tag{4}$$

Аналогично изложенному можно получить компоненты напряжений для макроуровня σ_{ij}^{M}.

Учет хронологических масштабов требует рассмотрения динамических нагрузок и уравнений движения среды вида $\sigma_{ij}^{m} = \rho^{m}\ddot{u}^{m}$. С учетом этого, по изложенной выше процедуре нелокальной гомогенизации, можно получить следующее выражение

$$\sigma_{ij}^{\mathcal{M}} = \frac{1}{RVE}\int\limits_{RVE}\rho^{m}\ddot{u}^{m}dV = \rho^{\mathcal{M}}\ddot{u}^{\mathcal{M}} + \frac{1}{12}L^2\nabla^2\ddot{u}^{\mathcal{M}}. \tag{5}$$

На макроуровне уравнения движения можно записать в виде $\rho\ddot{u} = \sigma_{ij,j}^{C}$, где σ^{C} – макроскопический тензор напряжений Коши. Тогда, аналогично (4), можно получить

$$\sigma_{ij}^{C} = C_{ijkl}^{M}\left(\varepsilon_{kl}^{M} - \frac{1}{12}L^2\nabla^2\varepsilon_{kl}^{M}\right) + L^2\rho\ddot{\varepsilon}_{ij}^{M}. \tag{6}$$

Для частного случая линейной упругости модуль упругости может быть выражен через константы Ламе λ и μ. Тогда, вместо (6), можно записать

$$\sigma_{ij}^{C} = \lambda\delta_{ij}(\varepsilon_{kk} - l^2\nabla^2\varepsilon_{kk}) + 2\mu\left(\varepsilon_{ij} - l^2\nabla^2\varepsilon_{ij} + \tau^2\ddot{\varepsilon}_{ij}\right), \tag{7}$$

где $l = \frac{1}{12}L^2$ – макроскопический параметр масштаба, $\tau = \frac{1}{24}\frac{\rho}{\mu}L^2$ – макроскопический параметр времени, связанный со скоростью распространения упругих волн.

Указанные компоненты напряжений являются средними значениями, поскольку вычисляются по средним значениям компонент. Для учета случайных вариаций свойств гетерогенной среды необходимо определить вторые моменты (ковариации) компонент напряжений на каждом структурном уровне.

Более сложной является задача многомасштабного (иерархического) моделирования процессов разрушения. В зависимости от свойств материала и механизма разрушения в общем случае здесь необходимо рассматривать процессы накопления рассеянных повреждений, единичные и множественные разрушения структурных элементов, образование и объединение микротрещин, образование и рост макротрещин. Выполнить такое моделирование можно только с использованием численных методов и с учетом ряда ограничений. Общая схема решение этой задачи может быть следующей.

В случае рассеянных повреждений сопротивляемость разрушению в квазистатических условиях определяется следующими уравнениями

$$\begin{gathered}\nabla\sigma(x,t) + F(x) = 0,\\ \sigma^{C}(x,t) = \{1 - \omega(x,t)\}C(x)\varepsilon(x,t),\end{gathered} \tag{8}$$

где $\varepsilon(x,t) = \nabla^{s}u(t)$ – деформации; u – перемещения; σ^{C} – тензор напряжений Коши; $C(x)$ – тензор модулей упругости; ω – мера повреждений.

Эволюция повреждений задается в виде

$$\dot{\omega}(x,t) = \varphi(\sigma,\varepsilon,\omega,x,t). \tag{9}$$

Для большинства практических задач решение задачи можно получить методами численного многоуровневого моделирования.

При разрушении по механизму роста трещин необходимо учитывать, как наличие микротрещин в *RVE*, так и последующий их рост с образованием и развитием макротрещины до полного разрушения деформируемого объема [6]. На микроуровне критерий разрушения *RVE* с единичной трещиной можно записать как

$$\left(\frac{K_1^m}{K_{1c}^m}\right)^2 + \left(\frac{K_{II}^m}{K_{IIc}^m}\right)^2 = 1. \qquad (10)$$

При удовлетворении условия (10) трещина будет распространяться с увеличением размера от начального радиуса a_0 до некоторого радиуса a_u, определяемого энергетическими барьерами структурных фаз материала. Дальнейший (вторичный) рост микротрещины на мезоуровне возможен при выполнении условия

$$\left(\frac{K_1^{\mathcal{M}}}{K_{1c}^{\mathcal{M}}}\right)^2 + \left(\frac{K_{II}^{\mathcal{M}}}{K_{IIc}^{\mathcal{M}}}\right)^2 = 1. \qquad (11)$$

Развитие трещин на мезоуровне может приводить к формированию макротрещины с условием разрушения на макроуровне

$$\left(\frac{K_1^M}{K_{1c}^M}\right)^2 + \left(\frac{K_{II}^M}{K_{IIc}^M}\right)^2 = 1. \qquad (12)$$

Здесь K_1, K_{II}, K_{1c}, K_{IIc} – текущие и критические коэффициенты интенсивности напряжений.

Обобщением этих моделей и условий является введение в анализ параметра плотности микротрещин $f(a)$ и эффективного тензора S_{ijkl}, индуцированного упругой деформацией, обусловленной микротрещиной. С учетом этого можно записать обобщенное условие деформирования структурно-неоднородного материала

$$\varepsilon_{ij} = \left(S_{ijkl}^0 + S_{ijkl}^1 + S_{ijkl}^2 + S_{ijkl}^3\right)\sigma_{kl} + \varepsilon_{ij,}^r \qquad (13)$$

где S_{ijkl} – соответствующие тензоры для бездефектного материала, нераспространяющихся микротрещин, первичного и вторичного роста микротрещин; ε^r – технологические (остаточные) деформации в материале.

Обобщение указанной схемы на случаи вероятностных представлений свойств материалов, размеров трещин и условий нагружения можно сделать с использованием численного моделирования с использованием метода Монте-Карло.

Литература

1. Bakhvalov N.S., Panasenko G. Homogenization: averaging processes in periodic media. London : Kluwer Academic Publishers, 1989. Vol. 36.
2. Terada K., Kikuchi N. Nonlinear homogenization method for practical applications. Computational methods in micromechanics, ASME, AMD-212/MD, 1995. 62. p. 1-16.
3. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials // Journal of Mechanics and Physics of solids. 1963. 11. Pp. 127-140.
4. Torquato S. Random heterogeneous materials: microstructure and macroscopic properties // Applied mechanics reviews, 2002. 55(4). P. B62.
5. Tsai S., Wu E. General theory of strength for anisotropic materials // Journal of composite materials. 1971. 5. Pp. 58-70.
6. Feng X., Qin Q., Yn S. Quasi-micromechanical damage model for brittle solids with interacting microcracks // Mechanics of materials. 2004. N 36. Pp. 261-273.